

Exerciții la Capitolul 1

1.1. Să se obțină reprezentările asimptotice pentru soluțiile ecuațiilor neliniare:

1.1.1. $\operatorname{tg} x = x$; 1.1.2. $\operatorname{tg} x = e^{-x}$; 1.1.3. $\ln x = e^{-x}$; 1.1.4. $\cos x + 1/x = 0$

- a) prin metoda seriilor de puteri;
- b) metoda Newton;
- c) metoda iterațiilor.

A se limita în toate cazurile cu obținerea primelor două componente în descompunerea asimptotică.

1.2. De obținut reprezentările asimptotice pentru soluțiile ecuațiilor neliniare, dependente de parametrul γ , aplicând metodele de reprezentare a soluțiilor sub forma seriilor de puteri, metodei Newton și metodei iterațiilor, analizând preventiv posibilitatea de aplicare a fiecărei metode.

1.2.1. $x = 1 + \gamma x^3$, $(0 \leq \gamma \ll 1, \gamma \gg 1)$;
1.2.2. $\operatorname{tg} x = \frac{\gamma}{x}$, $(0 \leq \gamma \ll 1, \gamma \gg 1)$;
1.2.3. $\frac{x^2}{\ln x} = \gamma$, $(\gamma \gg 1)$;
1.2.4. $x e^x = \gamma$, $(0 \leq \gamma \ll 1, \gamma \gg 1)$;
1.2.5. $x e^{-x} = \gamma$, $(0 \leq \gamma \ll 1)$;
1.2.6. $x^2 + \ln^2 x = \gamma$, $(\gamma \gg 1)$;
1.2.7. $x^\gamma = e^{-x}$, $(0 \leq \gamma \ll 1, \gamma \gg 1)$;
1.2.8. $x^2 + 2x - \gamma = 0$, $(0 \leq \gamma \ll 1, \gamma \gg 1)$.

1.3. Să se obțină reprezentările asimptotice pentru expresiile de mai jos, în aproximația primilor doi termeni în descompunerea asimptotică.

1.3.1. $\arccos \frac{1}{1+\varepsilon}$, $0 \leq \varepsilon \ll 1$;
1.3.2. $\arccos \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}$, $|\varepsilon| \ll 1$;
1.3.3. $\arcsin \sqrt{1-\varepsilon}$, $0 \leq \varepsilon \ll 1$;
1.3.4. $\arcsin \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}$, $|\varepsilon| \ll 1$;
1.3.5. $\operatorname{arctg} \frac{1}{\varepsilon}$, $|\varepsilon| \ll 1$;

$$1.3.6. \quad \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}, \quad |\varepsilon| \ll 1;$$

$$1.3.7. \quad \operatorname{arcth} \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}, \quad |\varepsilon| \ll 1;$$

$$1.3.8. \quad \operatorname{arcth} \sqrt{1-\varepsilon}, \quad 0 \leq \varepsilon \ll 1.$$

1.4. Să se determine numărul de soluții ale ecuațiilor neliniare și dependența acestor soluții de parametrul ε în vecinătatea valorii $\varepsilon = 0$ ($|\varepsilon| \ll 1$). A se limita cu primele două componente în expresiile asimptotice ale acestor soluții.

$$1.4.1. \quad x \sin x = \varepsilon;$$

$$1.4.6. \quad x^3 - \varepsilon x + \varepsilon^3 = 0;$$

$$1.4.2. \quad x^2 - \varepsilon x e^x - \sin \varepsilon = 0;$$

$$1.4.7. \quad x^3 - \varepsilon x^2 + \varepsilon^3 = 0;$$

$$1.4.3. \quad \sin^2 x - \varepsilon x - \sin \varepsilon = 0;$$

$$1.4.8. \quad x^3 - \varepsilon^2 x + \varepsilon^3 = 0;$$

$$1.4.4. \quad x \sin x - \varepsilon x - \varepsilon^4 = 0;$$

$$1.4.9. \quad \sin^2 x - \varepsilon x - \varepsilon^2 = 0;$$

$$1.4.5. \quad x^3 - \varepsilon^2 \sin x = 0;$$

$$1.4.10. \quad x^2 - \varepsilon x e^x - \sin \varepsilon = 0.$$

1.5. De determinat punctele de bifurcare ale soluțiilor ecuațiilor neliniare și de studiat comportarea lor în vecinătatea punctelor de bifurcare.

$$1.5.1. \quad x^2 + 2x - \gamma = 0; \quad 1.5.2. \quad x^3 - 3x^2 - \gamma = 0; \quad 1.5.3. \quad 2x^5 - 5x^2 + \gamma = 0.$$