

### 3. Probleme pentru lucrul individual

În acest capitol sunt prezentate enunțurile problemelor propuse pentru lucrul individual al studenților, conform curriculumului disciplinei “Termodinamica” (vezi Anexa 4).

3.1. Se dau:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{nR}{V - nb}, \quad \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -\frac{nRT}{(V - nb)^2} + \frac{2n^2a}{V^3}$$

cu  $n, R, a, b$  – constante. Să se calculeze  $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V, \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P$  și să se stabilească ecuația termică de stare a substanței respective.

3.2. Să se stabilească ecuația adiabatei unui gaz pentru care se cunoaște:

- a) Ecuația termică de stare  $P = P_0(1 + \alpha T - \beta V)$  cu  $P_0, \alpha, \beta, C_V$  constante;
- b)  $V = V_0[1 + \alpha(T - T_0)]$  cu  $V_0, \alpha, T_0, C_P$  constante și  $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = 0$ .

3.3. Utilizând proprietățile Jacobienilor să se stabilească:

- c) Ce valoare are expresia  $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_P - \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_V$ .
- d) Cum variază entropia unui sistem la dilatarea acestuia în condiții izobare.

3.4. Un sistem termodinamic simplu este supus unei transformări quasistatice, ale cărei ecuații sunt, respectiv

- a)  $\Phi(P, T) = \text{const}$  (în variabile  $P, T$ );

b)  $\Psi(V, T) = \text{const}$  (în variabile  $V, T$ );

c)  $\Theta(P, V) = \text{const}$  (în variabile  $P, V$ );

Să se determine în fiecare caz capacitatea calorică a sistemului. Să se particularizeze rezultatele obținute pentru un gaz ideal, într-un proces izocor (izobar, izoterm).

3.5. Pentru un sistem descris prin parametrii de stare  $P, V, T$ , folosind ecuația fundamentală a termodinamicii, să se stabilească relațiile:

$$\text{a) } \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - P.$$

Să se discute semnificația acestei ecuații, numită și *ecuația energiei*,

alături de  $\left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = C_V$ .

$$\text{b) } \left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T = V - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P, \text{ cu semnificația ei alături de}$$

$$\left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_P = C_P.$$

$$\text{c) } \left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_U = \frac{1}{C_V} \left[ P - T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \right].$$

$$\text{d) } \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_H = \frac{1}{C_P} \left[ T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P - V \right] = \frac{T^2}{C_P} \left[ \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{V}{T} \right) \right]_P.$$

$$\text{e) } \text{Să se arate că, dacă } \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = 0, \text{ atunci și } \left( \frac{\partial U}{\partial P} \right)_T = 0.$$

$$\text{f) } \text{Să se demonstreze că din condițiile } \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = 0 \text{ și}$$

$$\left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T = 0 \text{ se poate obține ecuația de stare a gazului ideal.}$$

3.6. Fie un sistem izolat termic, despărțit în două compartimente printr-un perete mobil și conductor din punct de vedere termic, dar care nu permite amestecul gazelor existente. În starea inițială, temperaturile, presiunile și volumele celor două porții de gaz sunt  $T, 3P, 2V$  și  $T, P, V$ , respectiv. După stabilirea echilibrului de determinat:

- a) Care este temperatura de echilibru? Dar presiunea?
- b) Care este variația energiei interne totale? Dar a entropiei?

3.7. O altă metodă de răcire a gazelor, pe lângă metoda Joule-Thomson, este detenta adiabatică reversibilă. Să se stabilească în aceste condiții expresia coeficientului caracteristic procesului  $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S$  în funcție de mărimi măsurabile experimental. Să se arate că, la detentă, gazul se răcește întotdeauna oricare ar fi forma ecuației sale de stare.

3.8. a) Fie două vase de volum  $V$ , izolate adiabetic, care conțin gaze ideale diferite, menținute în aceleași condiții de temperatură și presiune. Vasele sunt unite printr-un tub prevăzut cu un robinet. Să se arate că în urma procesului de difuzie care are loc prin deschiderea robinetului, entropia sistemului crește,  $\Delta S > 0$ .

b) În cazul când cele două gaze sunt identice, preluând rezultatele de la punctul a) ar trebui ca  $\Delta S > 0$ . În realitate, pentru gaze identice, procesul de difuzie este reversibil (deoarece închiderea robinetului restabilește starea inițială), ceea ce înseamnă că de fapt  $\Delta S = 0$ . Să se arate cum se poate rezolva acest paradox, cunoscut sub numele de *paradoxul lui Gibbs*.

3.9. Fie două gaze ideale identice, aflate în două recipiente separate. Aceste două gaze au:

- a) Același număr de molecule,  $N$ , aceeași temperatură  $T$ , dar presiuni diferite  $P_1$  și, respectiv,  $P_2$ .
- b) Același număr de molecule,  $N$ , aceeași presiune  $P$ , dar temperaturi diferite  $T_1$  și, respectiv,  $T_2$ .

Apoi, cele două recipiente sunt reunite. Să se calculeze variația entropiei  $\Delta S$  la amestecarea celor două mase de gaz, determinându-se domeniul de variație al lui  $\Delta S$  în cele două cazuri.

3.10. Un corp având capacitatea calorică  $C_P$  și temperatura  $T$  este pus în contact termic cu un termostat cu temperatura  $T_0$ . Echilibrul dintre corp și termostat se stabilește la presiune constantă. Să se determine variația totală a entropiei și să se arate că ea este pozitivă indiferent de semnul lui  $(T_0 - T)/T_0$ .

3.11. Un kg de apă la  $0^\circ\text{C}$  este pus în contact cu un rezervor termic având temperatura de  $100^\circ\text{C}$ . Considerând că apa a atins temperatura de  $100^\circ\text{C}$ , se se determine:

- Cu cât a variat entropia apei?
- Cu cât a variat entropia întregului sistem?
- Cum ar fi putut fi încălzită apa la  $100^\circ\text{C}$  în așa fel ca variația entropiei Universului să fie nulă?

3.12. Un kilomol de gaz ideal suferă o expansiune izotermă reversibilă de la volumul  $V_1$  la  $2V_1$ .

- Care este variația entropiei gazului în aceste condiții?
  - Cu cât variază entropia Universului?
- Presupunând că aceeași dilatare are loc sub forma unei expansiuni libere:
- Care este variația entropiei gazului?
  - Care este variația entropiei Universului?

3.13. Un rezistor electric încălzește 1 kg de apă aflat la presiunea atmosferică de la  $20^\circ\text{C}$  la  $99^\circ\text{C}$ . Să se evalueze:

- Variația energiei interne a apei.
- Variația entropiei apei.
- În ce măsură crește ponderea statistică a stării (numărul stărilor microscopice)?
- Cât este lucrul mecanic maxim rezultat prin utilizarea apei respective drept corp de lucru pentru o mașină termică care funcționează între temperaturile de mai sus.

3.14. O mașină Carnot funcționează ca frigider. Să se explice succesiunea proceselor care alcătuiesc un ciclu complet de operare utilizând diagramele proceselor din:

- a) Planul presiune-volum,  $P$ - $V$ .
- b) Planul entalpie-entropie,  $H$ - $S$ .

Presupunând că frigiderul menționat îngheață apa la  $0^{\circ}\text{C}$  și trimite căldura de la substanța de lucru într-un bazin cu apă având temperatura de  $20^{\circ}\text{C}$ , să se calculeze lucrul mecanic minim necesar pentru a îngheța 3 kg de apă.

3.15. Să se determine funcțiile caracteristice  $U(S, V)$ ,  $H(S, P)$ ,  $F(T, V)$  și  $\Phi(T, P)$  pentru:

- a) Un kilomol de gaz ideal.
- b) Radiația termică de echilibru.

3.16. În condițiile unei tranziții de fază:

a) 1. De ordinul I (caracterizată prin existența unui lucru mecanic și a unei călduri de transformare).

2. De ordinul II (caracterizată prin absența unui lucru mecanic și a unei călduri de transformare, dar în care pot varia în salt  $c_P$ ,  $\kappa_T$ ,  $\alpha_P$ ), să se deducă ecuația curbei de echilibru a celor două faze în coordonate  $(P, T)$ :

- Ecuația Clapeyron-Clausius.
- Ecuația Ehrenfest, în funcție de mărimile care variază discontinuu în transformarea respectivă.

b) Să se arate că ecuațiile Ehrenfest pot fi folosite și pentru descrierea tranzițiilor de fază „ $\lambda$  generalizate”, care sunt caracterizate prin aceea că  $\Delta s = \text{const}$ ,  $\Delta v = \text{const}$  în lungul întregii curbe de tranziție. Să se încerce identificarea unor astfel de tranziții.

3.17. Fazele solidă și lichidă ale heliului ( $^3\text{He}$  sau  $^4\text{He}$ ) pot coexista în echilibru la temperaturi foarte coborâte, densitatea solidului fiind mai mare decât cea a lichidului. Să se stabilească panta curbei de echilibru a celor două faze,  $dP/dT$ , pentru  $T \rightarrow 0\text{ K}$ .